PERSPECTIVA AXONOMÉTRICA

1. FUNDAMENTOS DE LA PERSPECTIVA AXONOMÉTRICA.

1.1. GENERALIDADES

Cuando dibujamos lo hacemos sobre un medio de dos dimensiones, y pretendemos representar un objeto tridimensional. Por este motivo surgieron los medios de representación, entre los que se encuentra el sistema axonométrico, que estudiaremos a continuación

En el sistema diédrico pudimos observar que para definir una pieza, era necesario una, o más vistas de la misma. Esto nos obligaba a que el interprete tuviera una preparación adecuada del sistema. Sin embargo, en el sistema de perspectiva axonométrica, en una sola vista el cuerpo queda completamente definido, logrando una sensación de corporeidad no conseguida con el sistema diédrico.

Esto hace que este método sea un medio de comunicación sea e más adecuado entre el técnico y el profano. El único inconveniente es su laboriosidad.

1.2. ELEMENTOS QUE INTERVIENEN EN EL SISTEMA

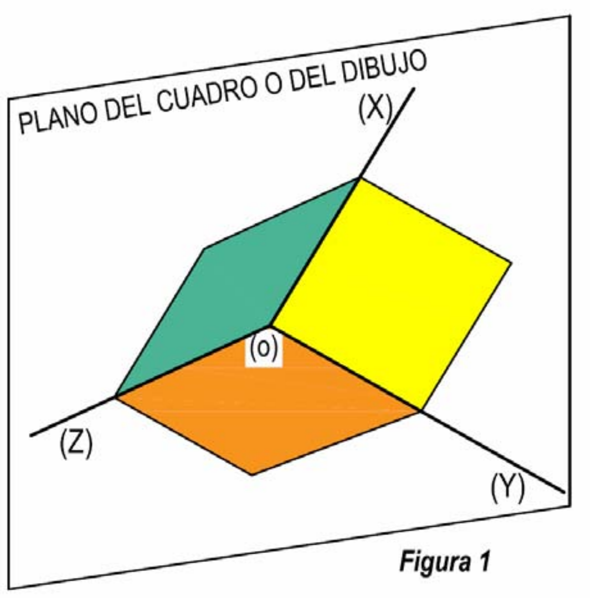


Figura 1

Imaginemos la esquina de la clase y que esta la apoyamos en la pizarra por el vértice ***O*, (figura 1)**, de tal forma que las aristas donde concurre el suelo y las dos paredes, quedan situadas en posición oblicua a la pizarra. La pizarra puede ser el plano del dibujo, llamada también plano del cuadro o plano proyectante.

El suelo y las dos paredes serán los planos proyectantes. Por tanto **cuatro** serán los planos que intervienen en el sistema, **tres planos** formado un triedro trirrectángulo y un **cuarto** plano que es el plano del dibujo. ***La única condición que deben cumplir estos planos es, que el plano del dibujo o cuadro no puede ser paralelo a ninguna cara o estar contenida en la misma.***

La intersección de dos caras forman una arista, a la que llamaremos ***ejes coordenados,*** y por tanto serán **tres los ejes**.

La recta intersección de lo planos verticales (las paredes) con el suelo, nos determinará el eje **X** e **Y**, y la intersección de las dos paredes el eje **Z.** El punto donde concurren los tres ejes le llamaremos vértice y lo designaremos por **(O)**.

Estos tres planos forman un triedro trirrectángulo, **y cada una de las aristas es perpendicular a la cara que no la contiene.**

Una vez definidos los elementos que intervienen, vamos a indicar el mecanismo de proyección.

Situemos un punto en el centro de la clase, nos imaginamos una línea que pasando por dicho punto sea perpendicular al suelo y paredes de la clase. El punto de intersección de dicha línea con los planos (suelo, y paredes), tendremos tres proyecciones. ***Figura 2***. De esta forma tendremos que, la proyección sobre el suelo la llamaremos **horizontal,** la situada en la pared derecha, **vertical primera** y la situada en la pared izquierda **vertical segunda.**

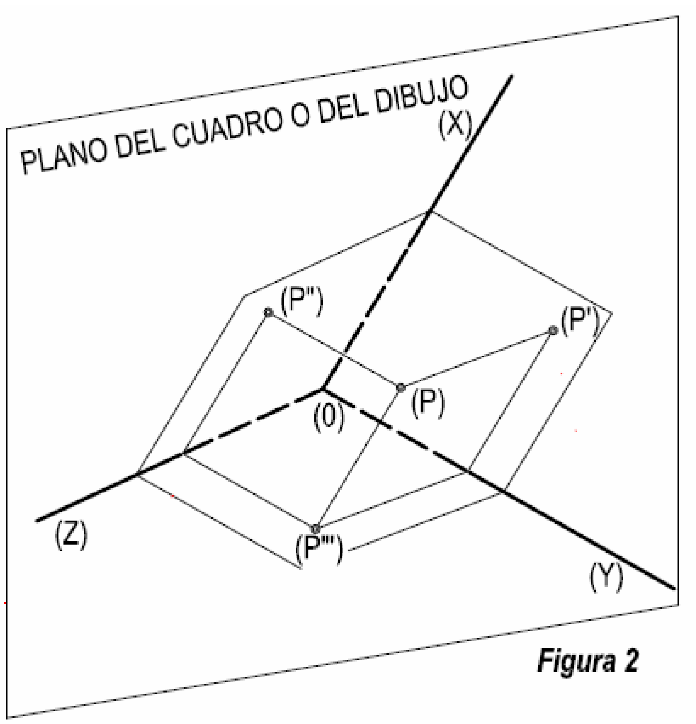


Figura 2

1.3. CONVENIOS Y ANOTACIONES

Ahora tendremos que establecer unos convenios que sean admitidos internacionalmente y que nos permitan interpretar una proyección. Por tanto un punto en el espacio será representado por una ***letra mayúscula encerrada entre paréntesis***, y que sus proyecciones se representarán por la misma letra acompañada de ***una, dos o tres comillas,*** según sea la proyección, horizontal, vertical primera o vertical segunda respectivamente. Entendiendo que estas proyecciones se encuentran situadas en el espacio. ***(Figura 2).***

1.4. FUNDAMENTOS DEL SISTEMA.

Partimos de un punto en el espacio **(P). (Figura 3 y 4)**. El primer paso es, proyectar sobre el plano del cuadro los ejes **(X), (Y), (Z),** (aristas del cubo formado por las paredes de la clase), de tal forma que el punto **(L),** se proyecte en **L**, el **(M)**, en **M**, y el **(N)** en **N.** El punto **(O)**, vértice del triedro que se encuentra apoyado en el plano del cuadro, se proyectará sobre si mismo en **O**. Uniendo el punto **O** con los puntos

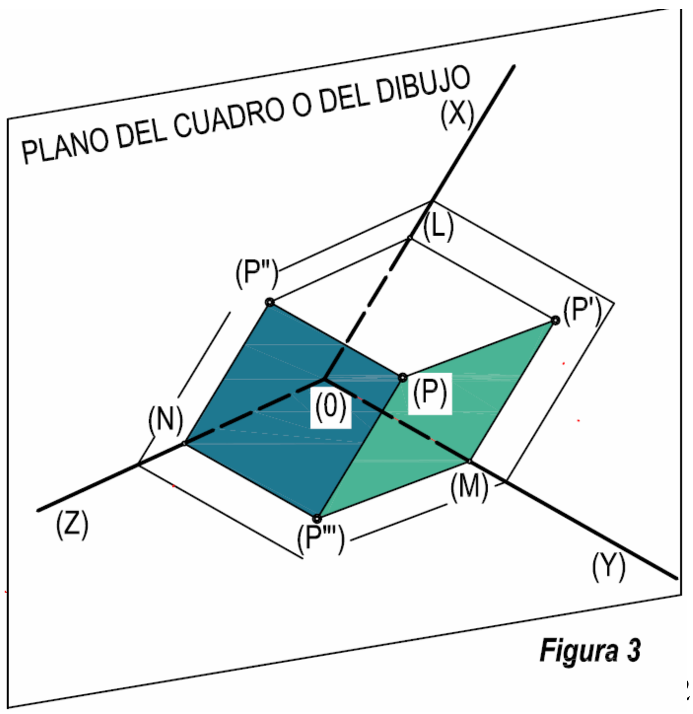


Figura 3

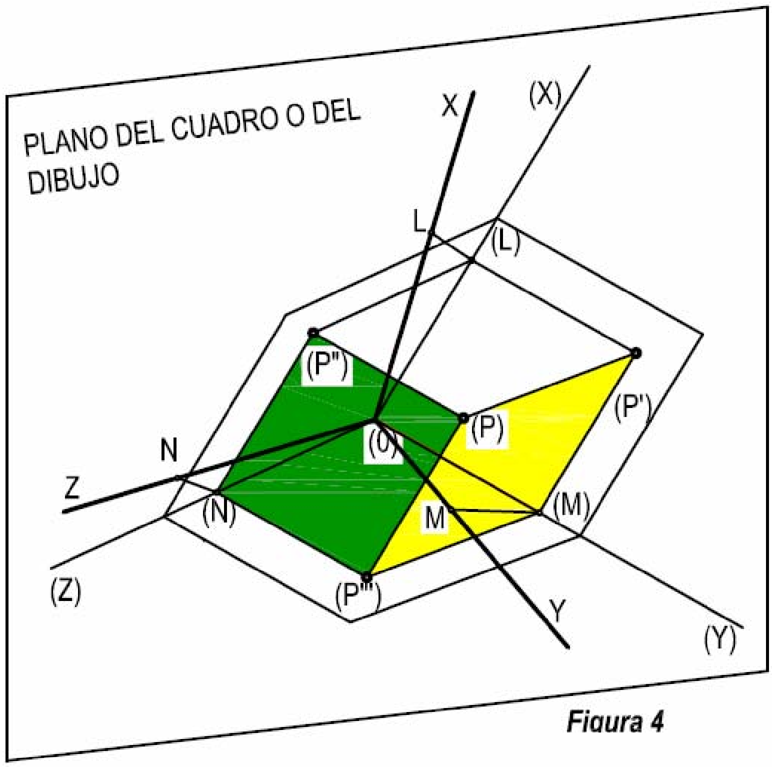


Figura 4

anteriores, tendremos los ejes en proyección **X, Y, Z**. **(Figura 4).**

Tendremos que considerar que al proyectar sobre el cubo que forman las paredes de la clase, **las proyecciones del punto (P), (P'), (P") y (P"') , se encuentran en el espacio, y por tanto, en tres dimensiones.**

Seguidamente pasamos a proyectar todo el conjunto sobre el plano del cuadro, de forma perpendicular, así tendremos que los puntos anteriores, se proyectan en **P, P', P" y P"'**. **(Figura 5)**.

De acuerdo con lo anterior, un punto tendrá cuatro proyecciones, una **proyección directa P**, que es la que se entiende por perspectiva del cuerpo en el espacio sobre el plano del cuadro, y otras tres que le llamaremos **proyecciones previas** o proyecciones de proyecciones. Estas proyecciones se encuentran sobre el plano del cuadro.

Como puede observarse en la **figura 6**, una vez girados los ejes hasta ocupar la posición con la habitualmente trabajamos, la recta **PP'**, es paralela al eje **Z**, la **PP"**, al eje **Y**, y la **PP"**, al eje **X**, tanto en el espacio como en proyección.

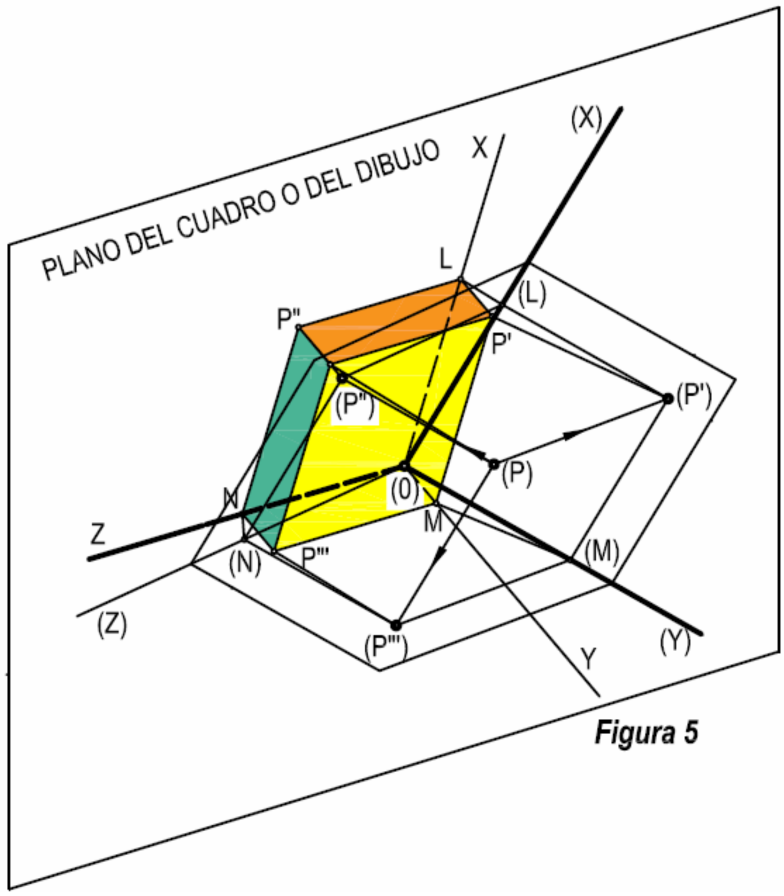


Figura 5

1.5. TRIANGULO DE TRAZAS.

Es la intersección del plano de proyección con las tres caras del triedro. Vamos a demostrar lo siguiente:

- Si trazamos distintos planos de proyección, los triángulos de trazas serán semejantes.
- Una proyección no depende del triangulo de trazas, si no, de la posición que ocupa el plano del cuadro.

- La alturas de un triángulo de trazas son los ejes del sistema.
- El triangulo de trazas será siempre acutángulo.
- Las bisectrices del triangulo órtico serán los ejes del sistema.

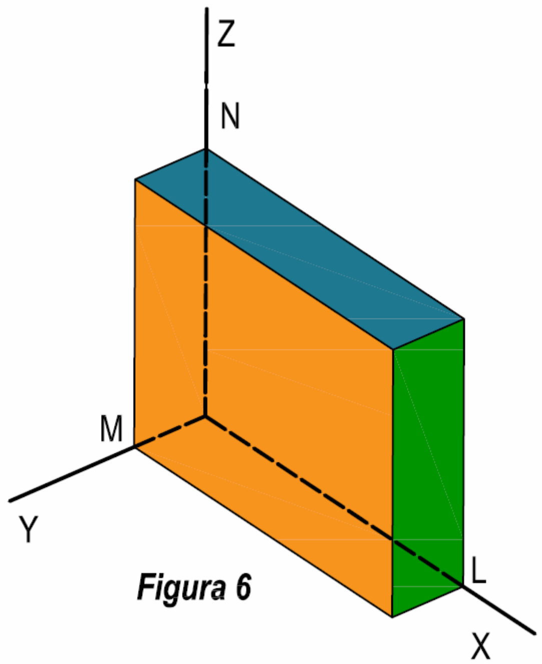


Figura 6

Consideremos un triedro trirrectángulo con el vértice hacia arriba, y lo cortamos por un plano paralelo al cuadro, ***Figura 7.*** Los segmentos **AB** = $\boldsymbol{\pi_3}$, **AC** = $\boldsymbol{\pi_2}$ y **BC** = $\boldsymbol{\pi_1}$, serán las trazas, intersección del triedro con un plano paralelo al cuadro. Si repetimos esta operación con otro plano cualquiera paralelo al cuadro, observaremos que los ***triángulos de trazas serán semejantes.***

De acuerdo con lo anterior, el triángulo de trazas estará determinado por la posición que ocupe del plano de proyección con respecto al triedro. Por tanto la proyección no depende del triángulo de trazas.

Consideremos el plano paralelo al cuadro como plano de proyección, y proyectemos ortogonalmente, tendremos que los puntos **A**, **B**, **C**, intersección de las trazas del cuadro con los ejes se proyectan sobre si mimo, (puntos dobles), y el vértice **(O)**, se proyecta en **O**, perpendicular trazada al plano del cuadro. Las rectas que unen **O** con **A**, **B**, **C**, serán las proyecciones de los ejes **(X)**, **(Y)** **(Z)**, sobre el plano de proyección, que le denominaremos, **X**, **Y**, **Z**.

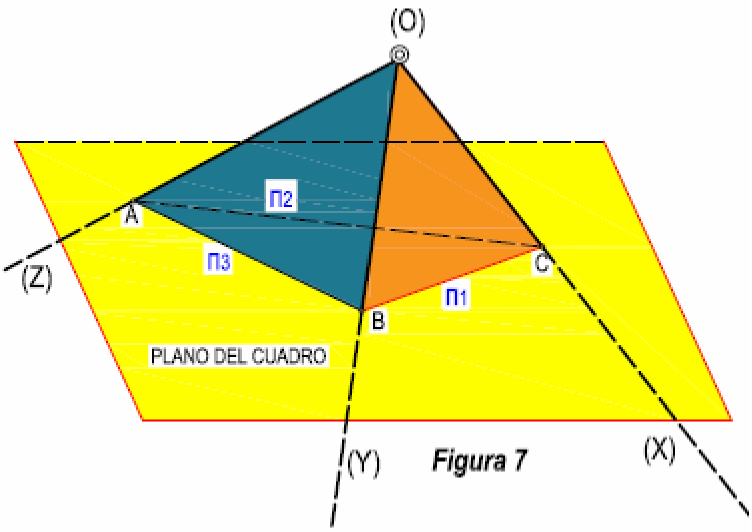


Figura 7

De acuerdo con el teorema de las tres perpendiculares, que dice “ ***si dos rectas en el espacio (Z) y , π_1 son perpendiculares en el espacio y una de ellas π_1, es paralela a un plano (plano de proyección), sobre el cual se proyecta el conjunto ortogonalmente, se obtienen dos rectas Z y π_1, que son perpendiculares entre si.*** (hemos considerado que $\boldsymbol{\pi_1}$ se proyecta sobre si mismo). Igualmente aplicaríamos los ejes **X, Y**.

Por tanto podemos enunciar que los ejes de un sistema axonométrico, son las a***lturas del triángulo de trazas*** y serán perpendiculares a los lados de dicho triángulo.

1.6. COEFICIENTES DE REDUCCIÓN

Al proyectar una figura sobre el plano del cuadro, esta será ligeramente más pequeña. Esta diferencia estará en función del ángulo que forme el plano del cuadro con los ejes del sistema, **(α, β, γ), (figura 8)**. Este valor será el **coeficiente de reducción** del sistema.

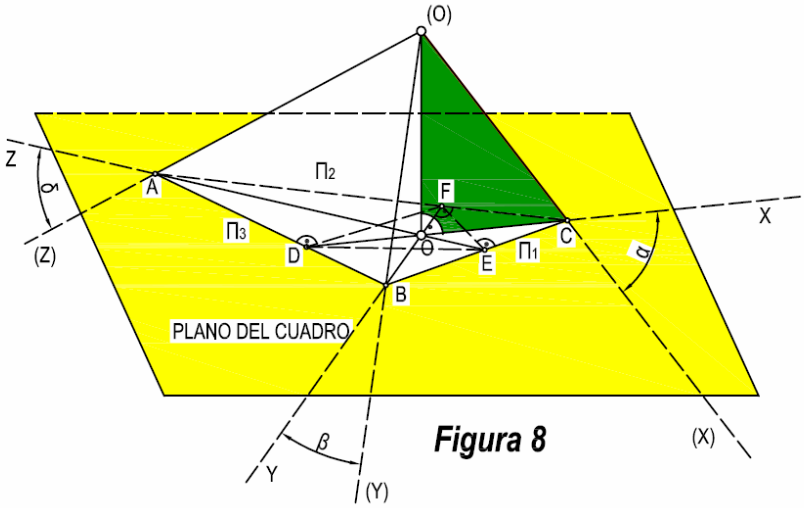


Figura 8

Para estudiar estos coeficientes con mayor simplicidad, consideremos un eje del sistema por separado. ***(Figura 9)***. El ángulo que forma en este caso el eje **(X)**, y su proyección sobre el cuadro le llamamos **α,** al eje en el espacio le designamos por **(X)**, y su proyección sobre el cuadro por **X**.

En la figura, se verifica que: **A'O = AO cos α,** en donde, **AO** es igual a la verdadera magnitud a proyectar. **A' O** es la proyección sobre el plano del cuadro de la magnitud **AO** y **cos α** , es el coeficiente de reducción (ángulo que forma el eje con el plano del cuadro). Tendremos pues, tres coeficientes de reducción, cuyos valores serán **cos α, cos β y cos δ.**

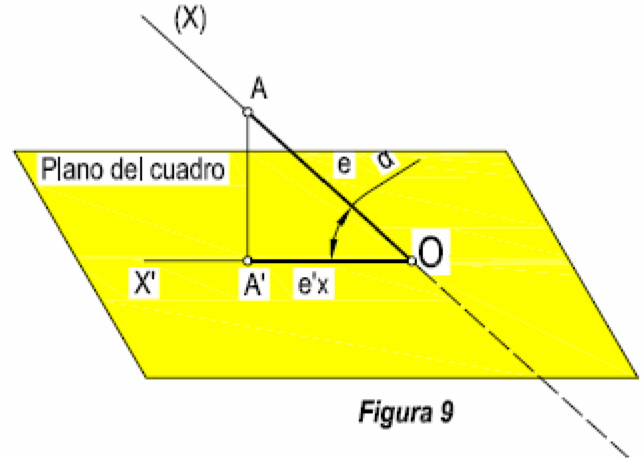


Figura 9

Por tanto cualquier magnitud **e** tomada sobre el eje **X,** nos dará al proyectarse sobre el plano del cuadro, el valor **ex,** la relación entre ambos valores es lo que se conoce como coeficiente de reducción para el eje **X**, al cual le designaremos por **Cx**. Aplicando el mismo razonamiento para los tres ejes tendremos:

$$ex/e = Cx\,,\quad ey/e = Cy \quad ez/e = Cz$$

Por tanto en el sistema axonométrico existirán tres coeficientes de reducción, uno por cada eje del sistema.

1.7. ESCALAS AXONOMÉTRICAS

Análogamente y basándonos en los coeficientes de reducción obtendremos las escalas axonométricas, entendiendo estas, como la proyección de la unidad **e**, referida a los ejes axonométricos.

De acuerdo con la ***figura* 9,** y haciendo la misma consideración para los ejes **Y, Z**, tendremos:

$$ex = e \times \cos\alpha \qquad ey = e \times \cos\beta \qquad ez = e \times \cos\lambda$$

En la ***figura 9,*** haciendo **OA = e** y tomando sobre los ejes el mismo valor **e = 1,** se deduce que las unidades reducidas serán $\mathbf{e_x}$, $\mathbf{a_y}$, $\mathbf{e_z}$, sobre los ejes, equivalen a los ángulos **α, β, λ**.

De acuerdo con lo anterior, hay que tener en cuenta que una escala no es el coeficiente de reducción.

1.8. TEOREMA DE SCHLÖMILCH- WAISBASCH

Enunciamos este teorema en dos partes, sin entrar demasiado a fondo.

a) las proyecciones ortogonales de los ejes del triángulo sobre el plano cuadro, son las bisectrices del triángulo órtico.

b) Los cuadrados de las escalas axonométricas y la natural e. son respectivamente proporcionales a los lados y semiperímetro del triángulo órtico del de referencia.

$$e_x^2/ a = e_y^2/b = e_z^2/c = e^2/p$$

siendo a, b, c, los lados del triángulo órtico, y p, el semiperímetro.

Si se cumple que dicho triángulo órtico es equilátero (caso del sistema isométrico), tendremos:

$a + b + c = P = 2p$ de donde:

$$(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) / (a + b + c) = e^2/p$$

$e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 = 2e$, o lo que es igual

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \lambda = 2e$$

Si se trata del sistema isométrico, los ángulos que forman los ejes con el plano del cuadro son iguales, por lo que se cumplirá:

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \beta = \cos^2 \lambda = \cos^2 \gamma \quad \text{de donde}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \lambda = 3 \cos^2 \gamma = 2e \quad \text{de donde}$$

$$\cos^2 \gamma = 2/3e$$

$$\cos \gamma = \sqrt{2/3} \times e = 0{,}816 \times e$$

Coeficiente de reducción en el sistema isométrico, como se verá más adelante.

1.9. RELACIONES ENTRE EL TRIÁNGULO DE TRAZAS, LOS COEFICIENTES DE REDUCCIÓN Y LAS ESCALAS AXONOMÉTRICAS.

Conociendo una cualquiera de las relaciones anteriores quedan determinadas las otras dos. Para una mayor claridad resolvamos algunos ejercicios.

Ejercicio 1.-Dado un triángulo de trazas determinar.

a) La dirección de los ejes coordenados, proyectados sobre el cuadro.

b) Determinar los ángulos que forman los ejes con el plano del cuadro. (coeficientes de reducción)

c) Hallar las escalas de reducción y la natural, en cada uno de los ejes, y construir la escala volante.

Para resolver la primera parte del ejercicio, tendremos que aplicar la propiedad que dice **“ *las proyecciones de los ejes coordenados coinciden con las alturas del triángulo de trazas*”**, por tanto por cada uno de los vértices del triángulo de trazas **P, Q, R**, trazamos perpendiculares al lado opuesto, quedando definidos los ejes. ***(Figura 10).***

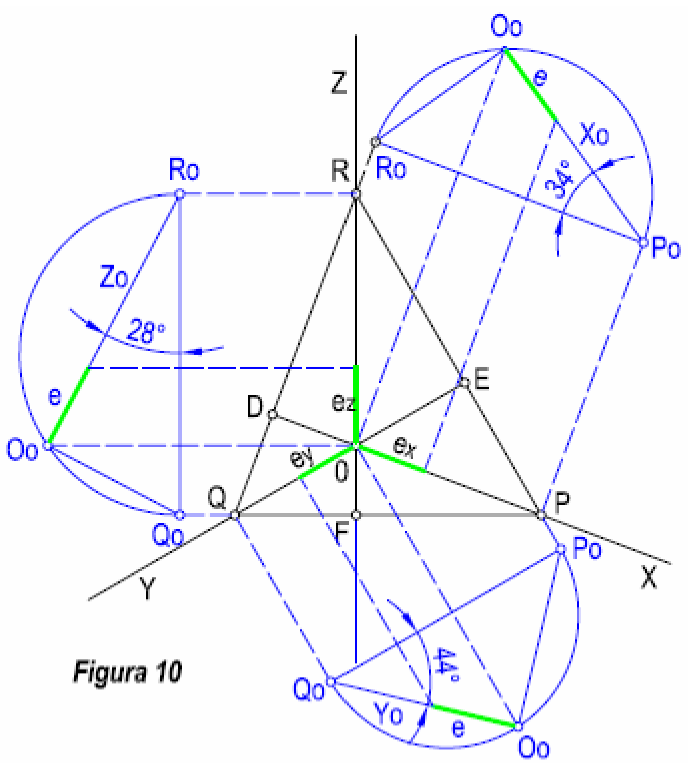


Figura 10

Para determinar la segunda parte del ejercicio, se secciona el triedro por un plano proyectante que pase por cada uno de los ejes, y a continuación se abate la sección producida. Esta sección abatida nos dará el verdadero valor del ángulo de cada eje con los planos de proyección.

Para hallar la escala de reducción, $\mathbf{e_x}$ se sitúa en la recta **PR** el valor real (escala natural) y se trazan paralelas hasta que corte a la recta **AD**, el segmento e_x , será el buscado. De la misma forma se actúa para el resto de los ejes.

Seguidamente pasamos a hallar el valor de las escalas métricas, que nos servirán para la construcción de una escala volante.

Tengamos el segmento **VM**, dividido en cm. de la escala natural, tomando como vértice el punto **V**, se construyen los ángulos hallados anteriormente **α = 34º, β = 44º, λ = 28º,** y en la disposición indicada en la ***figura 11***. Llevamos sobre el lado **ex, ey, ez**, divisiones de 10 mm. Por cada una de ellas, se trazan perpendiculares a los lados **e** de los ángulos construidos, que nos determina la escalas métricas correspondientes.

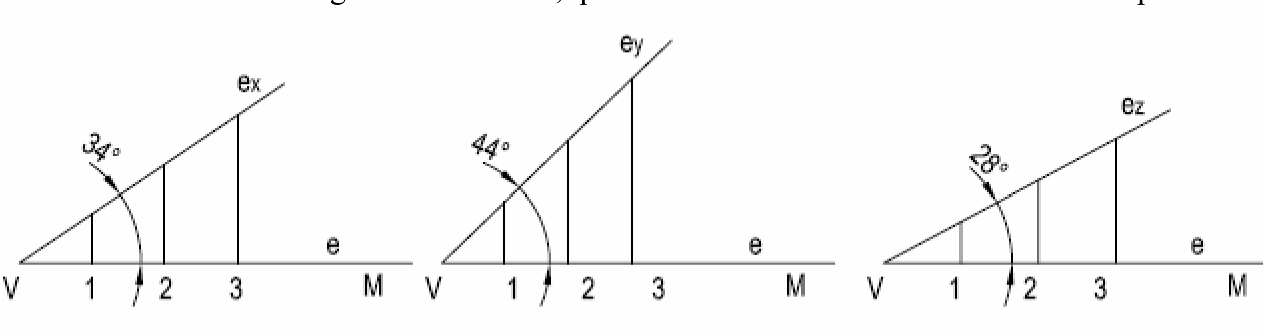


Figura 11

Ejercicio 2.- Dados los ángulos α = 30º, λ=38º, determinar los ejes axonométricos.

Trazamos una recta vertical que nos determina la dirección del eje **Z**, haciendo centro en un punto cualquiera **(G)**, se traza una semicircunferencia, con un radio cualquiera. Por el punto **N**, trazamos una recta perpendicular, seguidamente por el extremo **M**, se traza una recta que forme un ángulo λ con el eje **Z,** hasta que corte a la semicircunferencia en **Oo,** por donde se traza una perpendicular a **MN,** que nos determina el vértice del triedro. El ángulo **O N Oo =** λ**,** será el que forme el plano **XOY** con el cuadro.

Por tanto la recta π_1, trazada por **N**, será la traza del plano **XOY** que buscamos. Por **Oo**, trazamos una recta que forme con el eje **Z**, el ángulo $\alpha = 30^{o}$ dado, obteniendo el punto **H**. Con centro en **O** y radio **OH**, trazamos un arco que corte a π_1 en **A**; la recta **OA**, es la proyección del eje **X**, y por tanto **AM**, es la traza α_2 del plano con **XOZ**. La proyección del eje **Y**, pasa por **O** y es perpendicular a π_2, la traza π_3 pasa por **B** y es perpendicular al eje **X**.

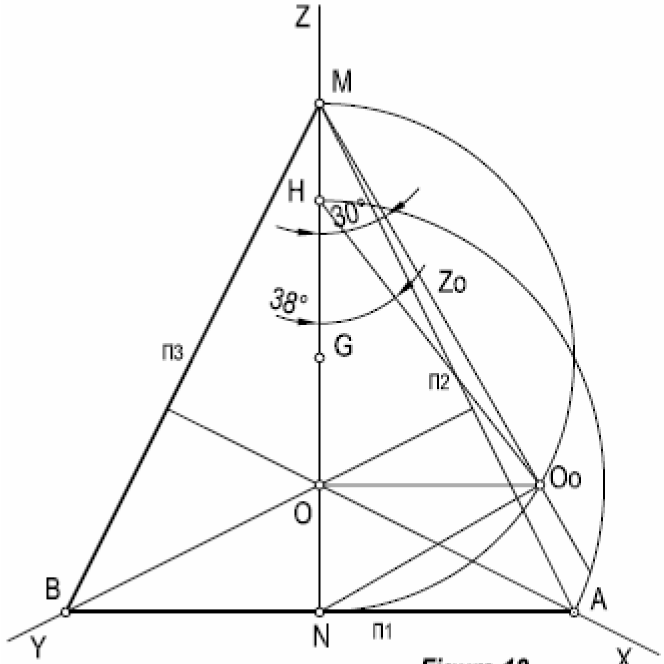


Figura 12

2. TIPOS DE PERSPECTIVAS.

En esta segunda parte, trataremos la aplicación de los conceptos expuestos anteriormente, realizando el trazado de distintos elementos.

El trazado de una perspectiva representa un cierto esfuerzo, pero este se ve recompensado, cuando se encuentra totalmente terminado y podemos observar la bondad del mismo.

Este tipo de trazados, contrarios al dibujo artístico, es totalmente objetivo, dosificado y programado, que siguiendo las indicaciones que expondremos más adelante, se puede obtener un resultado bastante satisfactorio.

Según el ángulo que forme el plano del cuadro con los ejes del sistema, la proyecciones se dividen en:

a) Proyección isométrica
b) Proyección dimétrica
c) Proyección trimétrica.

Seguidamente se estudiarán cada una de ellas.

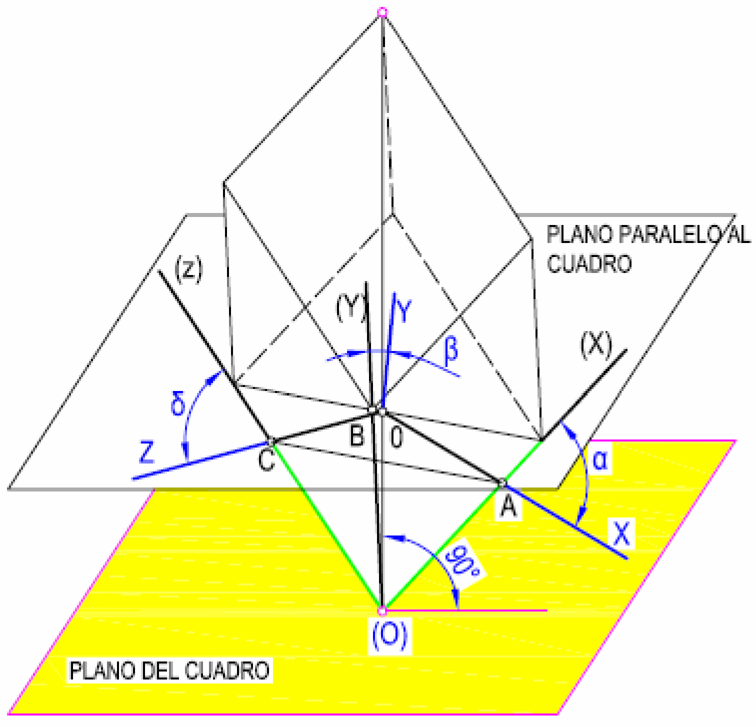


Figura 13

2.1. PROYECCIÓN ISOMÉTRICA

Para comprender esta parte, se deberá tener un conocimiento amplio de los expuesto con anterioridad.

Consideremos un cubo apoyado en el plano del cuadro, de forma que la diagonal **(O) M**, sea perpendicular al mismo. ***(Figura 13).*** Las aristas que concurren en **(O)**, serán los ejes del sistema **X, Y, Z.** Si dicho cubo lo cortamos por un plano paralelo al cuadro, su intersección con dicho plano, nos determinará el triángulo de trazas **A, B, C. (figura 13).**

Para una mayor claridad, situaremos el cubo en la posición de la **figura 14.** El triángulo de trazas en verdadera posición es, equilátero, y los ángulos que forman los ejes en el espacio **(X), (Y), (Z)**, con los proyectados en el cuadro **X, Y, Z,** son iguales **α = β = δ.** Este sistema se llama isométrico. Por tanto las escalas de reducción en los tres ejes serán iguales y como consecuencia la distorsión producida será idéntica en las tres caras del sistema.

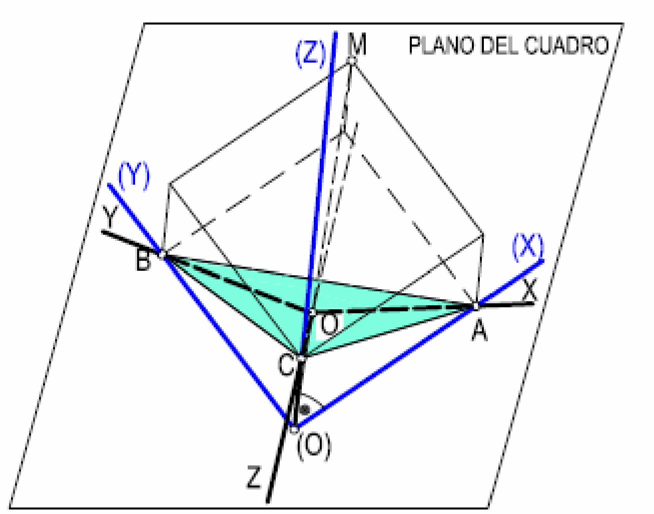


Figura 14

2.1.1. Coeficiente de reducción

Si hacemos que: **(O) A = (O) B = (O) C = a.** (***figura 14)***

En el triángulo **A(O)C,** se verifica que:

AB $= \sqrt{A(O)2 + C(O)2} = \sqrt{2a2} = a\sqrt{2}$; relación que existe entre la diagonal y los lados de un cuadrado. Dicha relación se cumple para las tres caras del cubo, luego

$$AB = BC = CA = a\sqrt{2}$$

En el triángulo CBD, figura 8, se verifica que:

$$CD = \sqrt{CB2 + BD2} = \sqrt{CB2 + (CB2/2)} = \sqrt{3CB2/4} = BC\sqrt{3}/2 = a\sqrt{6}/2$$

siendo OC = 2/3 de CD, sustituyendo, tendremos que:

$$OC = 2/3 * a\sqrt{6}/2 = a\sqrt{6}/3$$

El coeficiente de reducción será la relación entre:

$$OC/(O)C = \frac{a\sqrt{6}/3}{a} = \sqrt{6}/3 = 0{,}816$$

Valor ya calculado cuando se hablaba del **Teorema de Schlömilch- Waisbasch.**

Una vez que conocemos el coeficiente de reducción, la escala axonométrica se obtendrá, multiplicando el valor de la unidad real por **0,816**, es decir:

$$\mathbf{e_x = e_y = e_z = 0{,}816\ e}$$

de esta forma queda claro la diferencia entre la escala axonométrica y el coeficiente de reducción..

Para evitar las operaciones que conlleva realizar una perspectiva y, basándonos en los conocimientos expuestos con anterioridad, construiremos una escala gráfica.

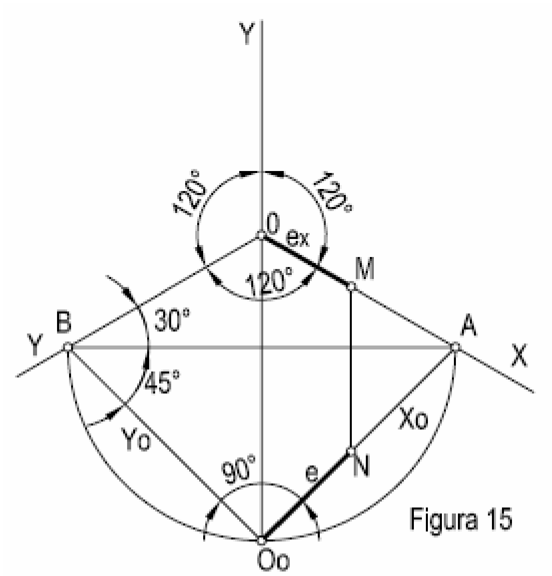


Figura 15

Los tres ejes se proyectan sobre el cuadro formando un ángulo de 120º entre si y con la misma reducción. ***(Figura 15).***

Trazamos, perpendicularmente al eje **Z**, una recta cualquiera **AB**, seguidamente, abatimos el triángulo rectángulo **ABO**, utilizando como charnela la traza **AB**, para ello trazamos una circunferencia que pase por **AB**. El punto **Oo**, será el vértice del triedro abatido. Las rectas **Oo A** y **Oo B**, serán los ejes abatidos.

Sobre la recta **OoA,** se lleva una magnitud real **e**, y mediante la perpendicular a la charnela **MN**, se determina magnitud reducida $\mathbf{e_x}$.

La relación entre **OA/Oo A = 0,816**

Basándonos en lo anterior trazaremos una escala gráfica.

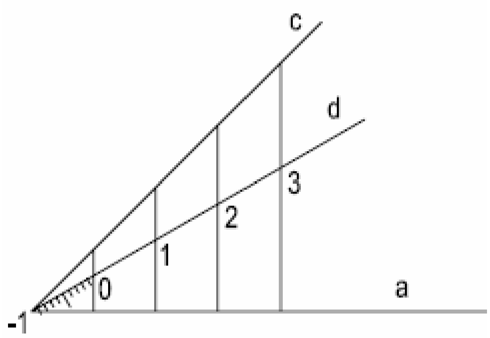


Figura 16

En el extremo de una recta cualquiera a, trazamos dos rectas, una a **45º**, recta **c**, y otra a **30º** recta **d**. Sobre la recta **c**, llevamos divisiones de **1 cm**. Seguidamente por dichas divisiones trazamos perpendiculares a la recta **a**, las divisiones obtenidas en la recta **d,** serán de **1 cm** a escala **0,816**. Para medir las décimas del cm. Realizamos una contra escala, dividiendo en diez partes la primera división. ***(Figura 16)***

2.1.2. CARACTERÍSTICAS DEL DIBUJO ISOMÉTRICO

Un dibujo isométrico no es una perspectiva isométrica, ya que se realiza si reducción alguna. Este, al igual que la perspectiva isométrica, nos revela las caras del sólido en los tres sectores de los ejes, con la misma amplitud.

Un dibujo isométrico es sensiblemente mayor que el modelo real, exactamente **1,225**. Para el dibujo isométrico clásico existen tres formas de representarlo. ***(Figura 17).***

a) Método normal (visto por la parte superior).
b) Método de ejes invertidos (visto desde la parte inferior)
c) Con el eje principal horizontal.

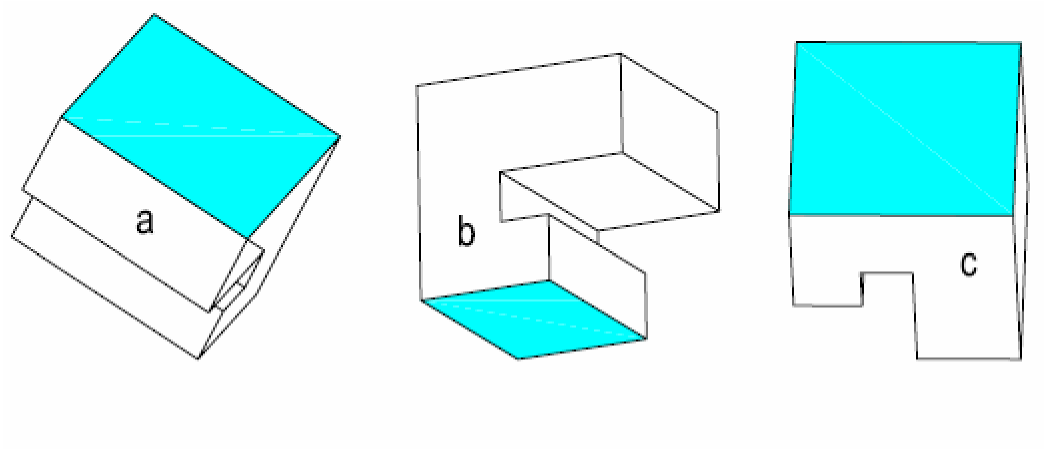


Figura 17

2.2. PROYECCIÓN DIMÉTRICA

Este sistema se analizará de forma muy elemental.

Tiene dos escalas métricas iguales, y el triángulo de trazas es isósceles.

La perspectiva dimétrica normalizada, está recogida en la norma UNE 1-035-75 y posteriores, y está basada en el sistema axonométrico, cuya relación de escalas, **ex, ey, ez** es **1 : ½ : 1,** sus valores serán, cos **α = cos β = 0,942**; **cos δ = 0,471**. El ángulo **ZOX = 97º, 10'**; y los ángulos Y**OZ** = **XOY** = **131º 25'**.

Podemos observar que la reducción de los segmentos en los ejes **X** y **Z**, es muy pequeña, menor del **6%**, y la reducción de los segmentos en el eje **Y**, es aproximadamente la mitad.

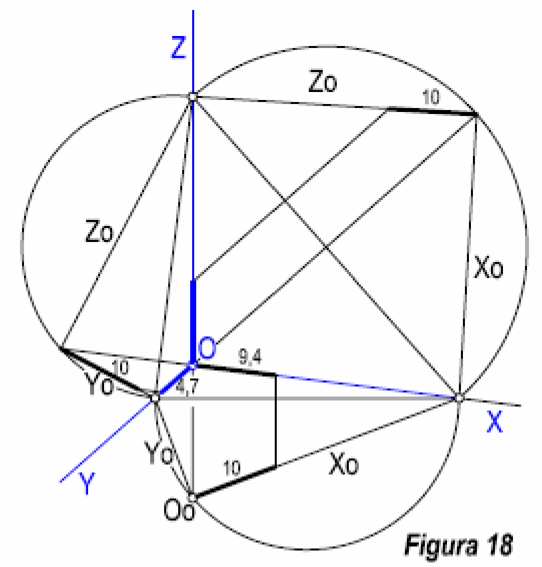


Figura 18

La construcción de la escala gráfica es similar al sistema isométrico, con la salvedad de que hay que dibujar las escalas para dos ejes.***(Figura 18)***.

Sobre los ejes en verdadera magnitud hemos llevado **10** mm. la reducción sobre el eje **X = Z = 9,4** mm. y sobre el eje **Y = 4,7** mm.

Para simplificar estos valores, podemos tomar la medida real en los ejes **X** e **Z**, y la mitad en el eje **Y**.

2.3. PROYECCIÓN TRIMÉTRICA.

Únicamente diremos que el triángulo de trazas es escaleno, y que la reducción en los tres ejes es diferente. La obtención de la escala se realiza por el mismo procedimiento que los dos casos anteriores.

Para una mayor comprensión de lo expuesto, se detalla en la ***figura 19***, una misma figura representada en los tres sistemas de representación..

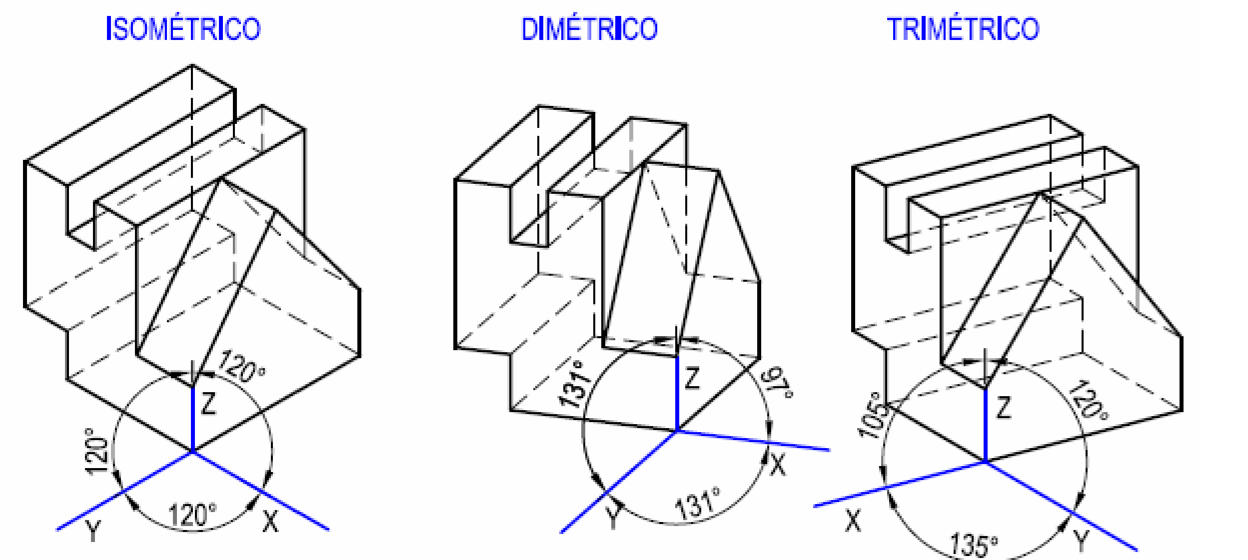


Figura 19

3. REPRESENTACIÓN DE FIGURAS PLANAS EN EL SISTEMA ISOMÉTRICO.

3.1.1. Representación de la circunferencia.

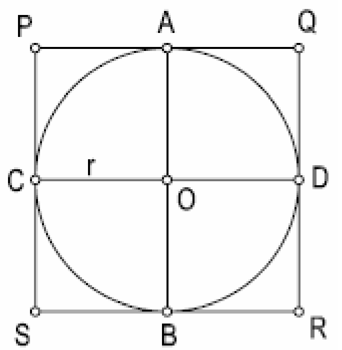


Figura 20

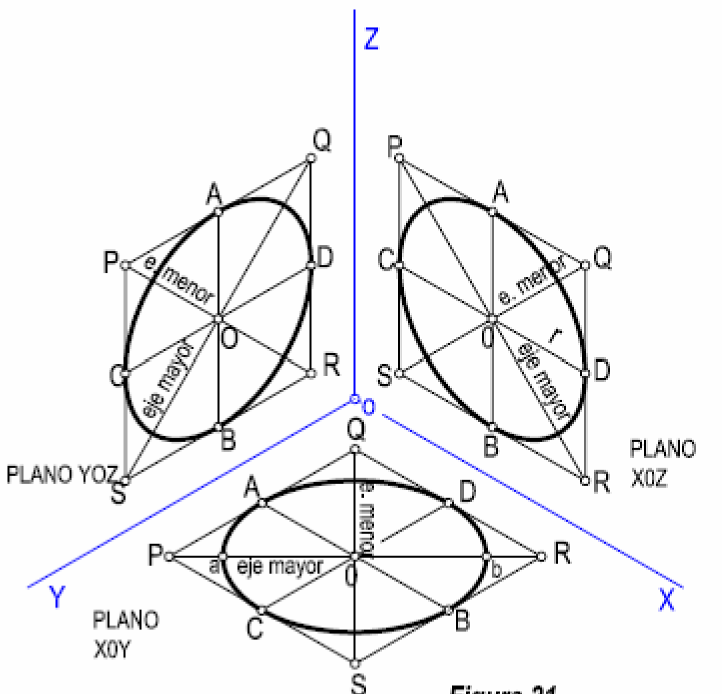


Figura 21

La circunferencia situada en una de las caras, se proyecta sobre el cuadro como una elipse. En este sistema la única dificultad que podemos encontrar es, precisamente, la representación de la circunferencia.

Vamos a trazar la perspectiva de una circunferencia situada en los tres planos del sistema. **XOY**, **XOZ**, **YOZ.** Inscribimos la circunferencia en un cuadrado de lado, el diámetro de la misma. Dividimos dicho cuadro en cuatro partes iguales. ***(Figura 20)***.

Se dibuja en las tres caras del triedro, dicho cuadrado, cuyo resultado será un rombo. Las rectas **AB** y **CD**, serán los diámetros conjugados de la elipse.

Según se desprende de la ***figura 23***, el diámetro mayor de la elipse **a, b**, se corresponde con el de la circunferencia, y es perpendicular al eje no contenido en la cara, y el menor paralelo al mismo.

El resto de la construcción puede derivarse del análisis de la ***figura 23***.

El trazado de la misma se realizará por medio de puntos, plantillas especiales, o bien haciendo uso un gráfico para la construcción de elipses isométricas aproximadas de cuatro u ocho centros, procedimientos que nos contemplamos en este tratado.

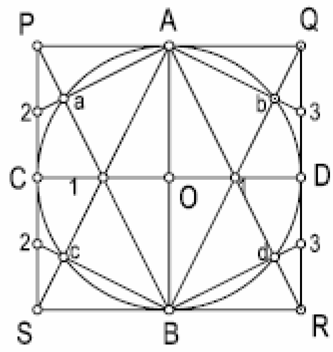


Figura 22

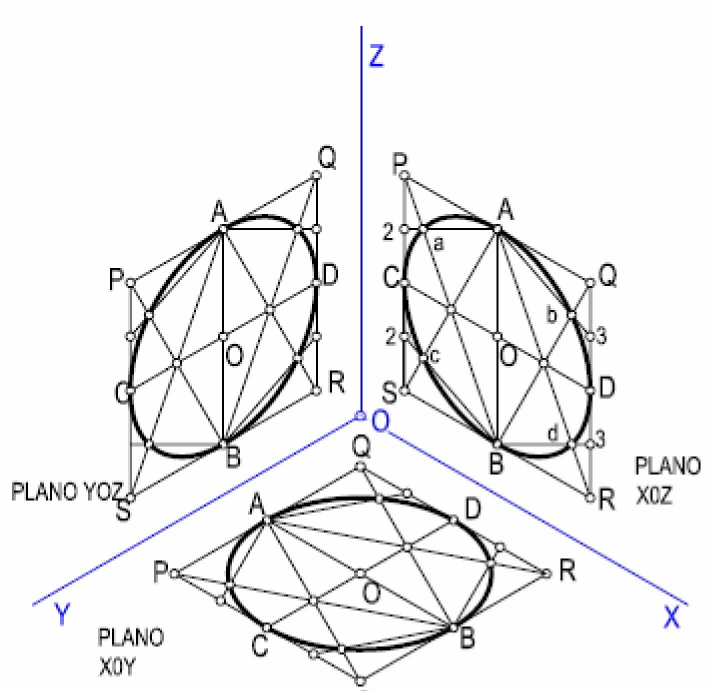
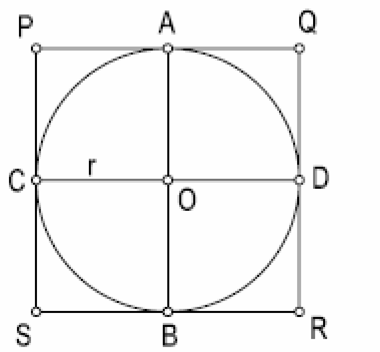


Figura 23

Para facilitar su construcción podemos utilizar el procedimiento que se describe a continuación, **Método de los ocho puntos.** ***(Figura 22 y 23).***



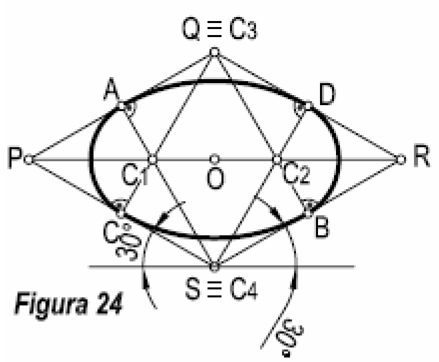


Figura 24

Inscribimos la circunferencia en un cuadrado de lados **P , Q, R, S**, siendo los puntos **A, B, C, D**, los puntos medios de los lados del cuadrado. Hallamos los puntos **2** y **3,** puntos medios de los segmentos **PC** y **QD**. Unimos dichos puntos con **A** y **B**, nos determinan los puntos **a, b, c, d**,. Transformamos dicho cuadrado en isométrico, rombo **P, Q,**

R, S. Unimos **A** con **R** y **S** y **B** con **Q** y **P**. Hallamos los puntos medios de los segmentos **PC** y **QD**, que nos determinan los puntos **2** y **3**. El resto de la construcción se deduce de la ***figura 23.***

Para facilitar el trazado, podemos sustituir la elipse por un óvalo de cuatro centros. Representemos la elipse proyección de la circunferencia de centro **O** y radio **r**. Dicha circunferencia la inscribimos en un cuadrado de lados **P , Q, R, S**, siendo los puntos **A, B, C, D**, los puntos medios de los lados del cuadrado. Transformamos dicho cuadrado en isométrico, rombo **P, Q, R, S,** por el punto **Q**, trazamos dos perpendiculares a la recta **SR** y **SP**. Y por el punto **S**, trazamos otras dos perpendiculares a las rectas **PQ** y **QR**. Dichas perpendiculares se cortan en los puntos $\mathbf{C_1}$ y $\mathbf{C_2}$ que con los $\mathbf{C_3}$, y $\mathbf{C_4}$, nos determinan los centros de curvatura del óvalo. ***(Figura 24).***

Podemos representar la curva, por el método de los diámetros conjugados. **Método de cuatro centros.**

Por el centro **O** de la elipse, trazamos dos diámetros conjugados, de **30º** con la horizontal, que representan los ejes **X** e **Y**. A partir del centro, llevamos el radio de la circunferencia, reducido **0,816r**, si estamos trabajando con reducción. Los puntos **A, B, C, D,** representan los extremos de los diámetros conjugados.. Por el punto medio de **BO**, trazamos una perpendicular, que corta al eje mayor en el punto $\mathbf{C_1}$. Repetimos la operación, para $\mathbf{C_2}$, $\mathbf{C_3}$, y $\mathbf{C_4}$, que nos determinan los centros de curvatura de la curva.(***Figura 25)***.

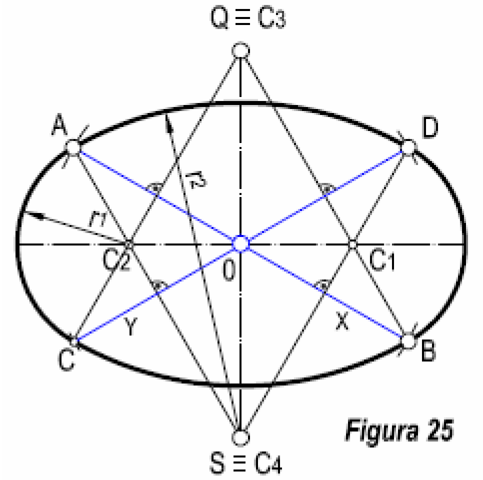


Figura 25

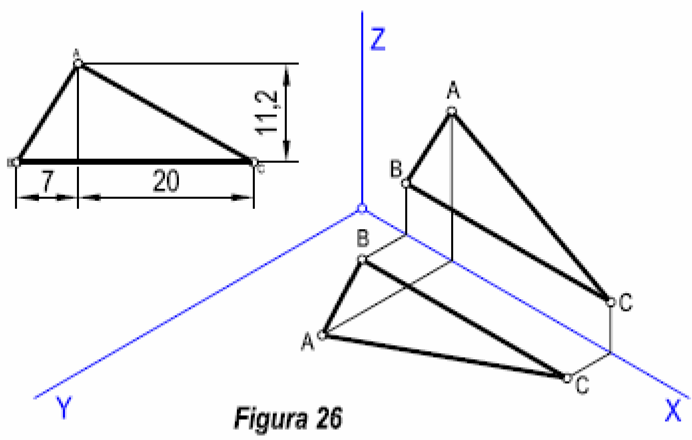


Figura 26

3.1.2. Representación del triángulo

Trazamos la altura del triángulo, dividiendo la base en dos segmentos. Trazamos la base paralela a unos de los ejes, por ejemplo al eje **X**. la altura será paralela al eje **Y**, llevamos el valor de la altura, y los segmentos en que esta divide a la base, sobre los segmentos en axonométrico, bien reducidos o a escala natural, según convenga. Terminamos uniendo los vértices. ***(Figura 26)***.

3.1.3. Trazado de un pentágono.

Dividimos el pentágono en cuatro partes, tal y como se indica en la ***figura 27***. Trazamos la recta **DF**, paralela al eje **Z**, y la **EC**, paralela al eje **X**.

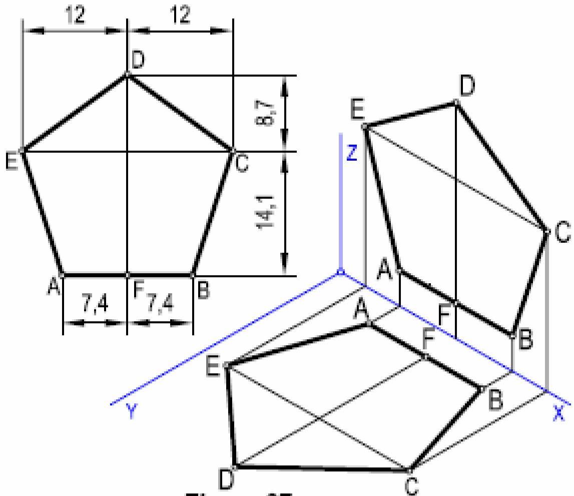


Figura 27

Sobre dichas paralelas llevamos el valor de dichos segmentos, que nos determina los puntos, **A, B, C, D, E.**

3.2. TRAZADO DE PERSPECTIVAS ISOMÉTRICAS

Para el trazado de una perspectiva, podemos utilizar dos procedimientos:

a) Partiendo del cubo de envoltura de la pieza.
b) Por medio de las proyecciones previas, obtener la proyección directa.

En ambos casos debemos de partir de las proyecciones diédricas del objeto.

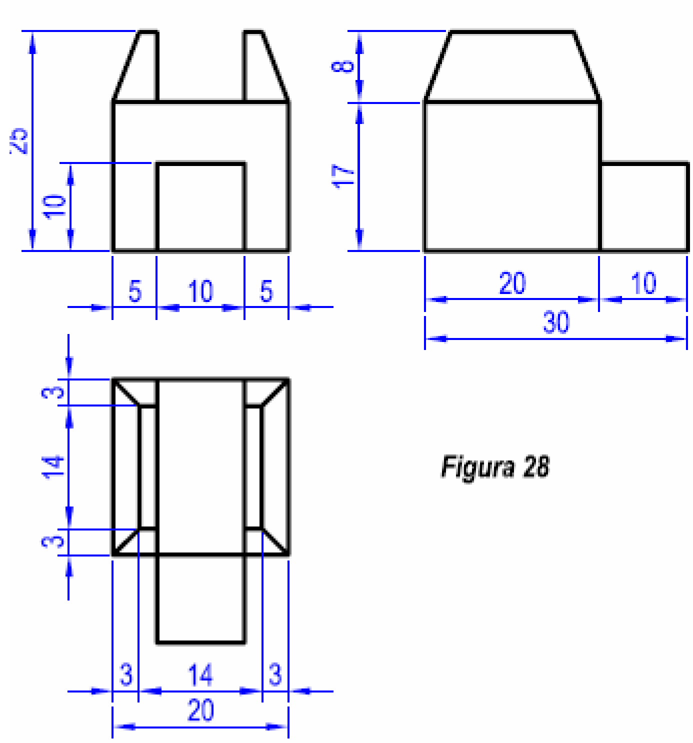


Figura 28

3.2.1. Partiendo del cubo.

Partimos de las proyecciones diédricas acotadas del objeto. ***(Figura 28)***.

El procedimiento consiste en dibujar el prisma que envuelve la pieza e ir eliminando material de la misma hasta obtener el objeto deseado.

Los pasos a seguir se indican en la ***figura 29.***

Primero: Dibujamos el cubo de la envoltura.

Segundo: Eliminamos el material que forman el escalón.

Tercero: Eliminamos el material sobrante para formar el dado.

Cuarto: Dibujamos el vacío del cuerpo.

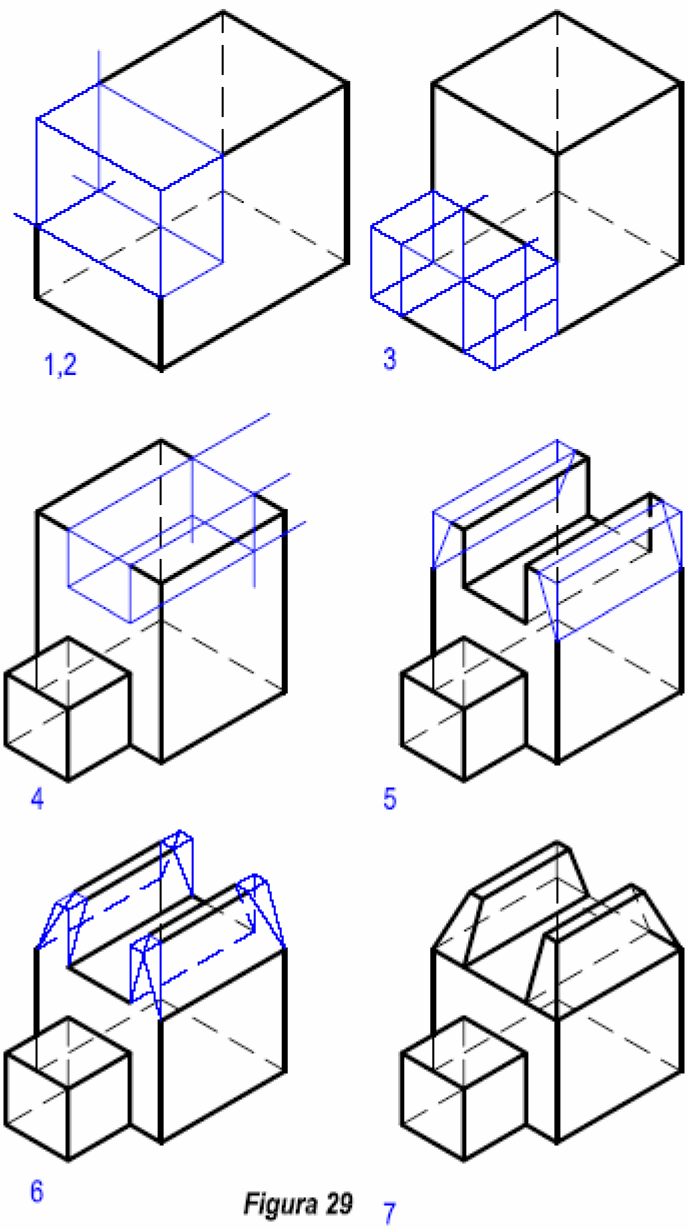


Figura 29

Quinto: Dibujo de la oblicuidad. Para ello dibujamos las líneas que nos limitan la oblicuidad.

Sexto: Dibujamos las líneas que nos limitan la segunda oblicuidad.

Séptimo: La figura queda terminada.

3.2.2. Partiendo de las proyecciones previas.

En este caso, también iniciaremos la perspectiva partiendo de sus proyecciones diédricas. ***(Figura 30)***.

El primer paso será dibujar los ejes **X, Y, Z**. Para continuar dibujando las proyecciones de la pieza, sobre las caras, **XOZ** y **YOZ**. No será preciso dibujar la tercera proyección. Conociendo dos de sus proyecciones podemos obtener la tercera. Para ello trazaremos restas paralelas a los ejes **X, Y**, por los puntos, **P"** y **P"'**, estas rectas se cortarán en el punto **P**, que será un punto de la perspectiva. De la misma forma se obtienen el resto de los puntos. ***(Figura 31)***.

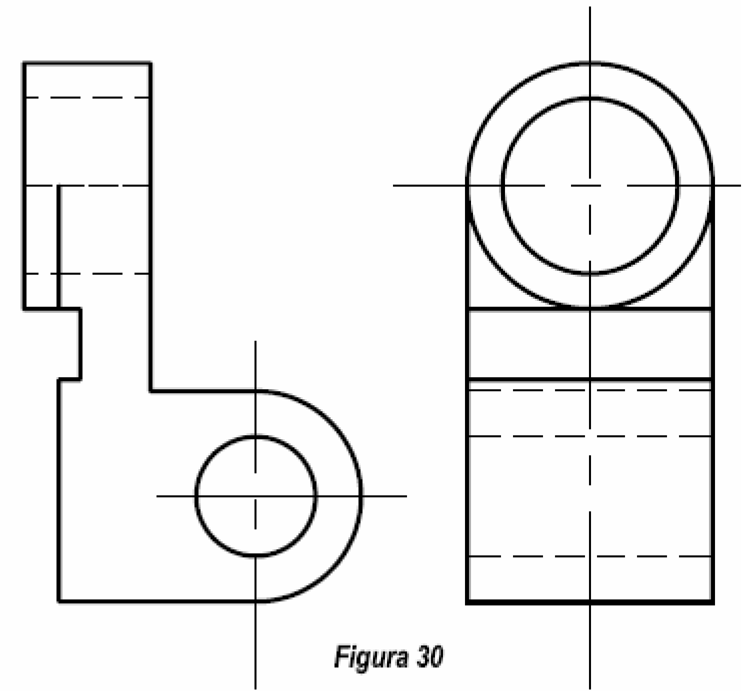


Figura 30

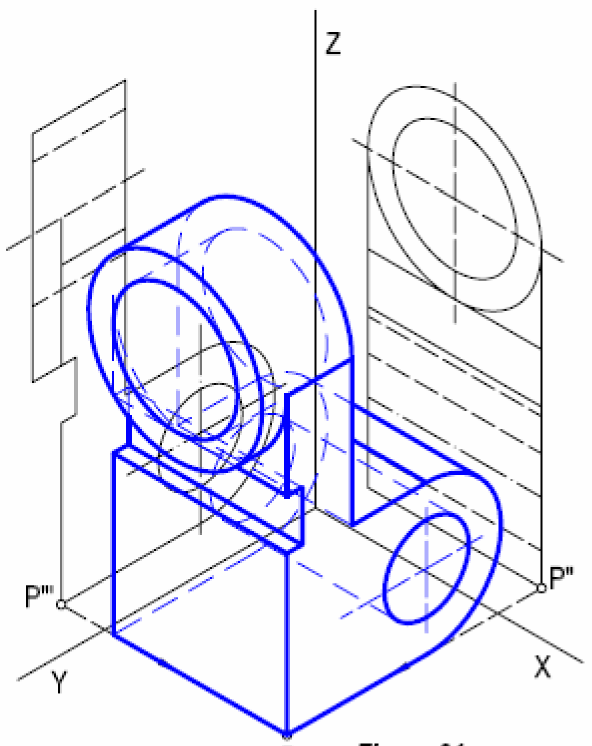


Figura 31

Año 2008